

# 基于多元统计的细支卷烟物理指标综合稳定性评价

付立伟<sup>1</sup> 王坤<sup>2</sup> 李治海<sup>1</sup> 徐德龙<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 山东中烟工业有限责任公司, 济南卷烟厂, 济南市科航路 2006 号 250000;

<sup>2</sup> 上海烟草集团有限责任公司, 天津卷烟厂, 天津市东丽区成林道 319 号 300163;

作者简介: 付立伟 (1988—), 硕士, 助理工程师, 研究方向: 卷烟物理检验 通讯作者: 王坤 (1990—)

**摘要:**为实现细支卷烟多个物理指标协同监控, 本文将多元统计分析方法引入细支卷烟物理指标综合稳定性评价。研究采用平均运行链长 (ARL) 对比分析多元 T<sub>2</sub> 和基于 T 统计量的多元累积和 (MCUSUM) 2 种多元统计分析方法对细支卷烟物理指标的控制效果。基于选出的多元累积和 MCUSUM 统计方法对不同牌号、不同生产设备细支卷烟产品的长度、圆周等物理指标的综合稳定性进行了分析。结果表明, MCUSUM 控制图在细支卷烟物理指标小偏移的检出能力方面具有明显优势, 当均值偏移量变大时, 两种控制图检出能力差距逐渐减小。其次, 同一机组不同牌号细支卷烟的物理指标的稳定性存在差异, 同一牌号不同机台的细支卷烟物理指标稳定性也存在差异。MCUSUM 控制图可用于细支卷烟多项物理指标综合稳定性评价。

**关键词:** 多元统计方法; 细支卷烟; 物理指标

## 引言

细支卷烟是烟草制品重要品类之一<sup>[1]</sup>, 合理的细支卷烟物理指标稳定性评价有助于生产过程质量控制。目前, 细支卷烟物理指标稳定性评价方法的研究相对较少。常规卷烟方面, 孙东亮等<sup>[2]</sup>比较了不同价类卷烟的物理指标控制水平; 韦东等<sup>[3]</sup>采用控制图、直方图等统计工具对不同规格卷烟烟支质量的稳定性控制能力进行数理分析研究; 赖燕华等<sup>[4]</sup>通过运用相似度分析的方法评价了卷烟产品的质量稳定性。

已有的涉及细支卷烟物理指标的评价方法多采用一元控制图。生产过程中需要监测的物理指标如烟支圆周、质量、硬度、吸阻、长度等存在不同程度的相关性<sup>[5]</sup>, 各指

标分别控制的方法忽略了指标间的相关性, 存在虚发警报或者漏发警报的风险。同时控制图纷繁芜杂, 增加了各指标协同调控的复杂性, 不利于实现对产品品质的综合评价。本文建立了一种适用于细支卷烟的物理指标多元统计方法, 以为细支卷烟物理指标稳定性综合评价提供参考。

## 1 材料与方法

### 1.1 仪器、试剂与材料

QUANTUM NEO 多功能综合测试仪 (英国斯茹林 (Cerulean) 公司)。

济南卷烟厂生产的 A、B 2 种牌号细支卷烟作为分析对象。



### 1.2 试验方法和条件

以每一生产班次为一个抽样批，依据国家标准方法（GB/T5606.1-2004）进行抽样<sup>[6]</sup>，每批抽取30支细支卷烟，连续抽取30批。依据国家标准方法（GB/T22838-2009）进行卷烟物理指标的测定<sup>[7]</sup>，检测的物理指标包括圆周、吸阻、硬度、长度、质量、通风率。

### 1.3 多元统计方法

#### 1.3.1 Hotelling T<sup>2</sup> 控制图

假设样本被分为个子组，每个子组有 n 个样本，质量特性的个数为 p，在其均值向量  $\mu_0$ 、 $\Sigma$  已知时，第 i 个样本的统计量。

$$T_i^2 = n(\bar{X}_i - \mu_0)' \Sigma^{-1} (\bar{X}_i - \mu_0) \quad (1 \leq i \leq m)$$

当均值  $\mu_0$  和协方差  $\Sigma$  未知时，则用各个样本均值向量  $\bar{X}_i$  的平均值  $\bar{\bar{X}}$  代替总体均值向量  $\mu_0$ ，用各个样本协方差矩阵平均值 S 代替协方差矩阵  $\Sigma$ 。T<sup>2</sup> 统计量则可以表示为：

$$T_i^2 = n(\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})' S^{-1} (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}}) \quad (1 \leq i \leq m)$$

样本的均值和方差可以由以下公式计算得出：

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ijk} \quad \begin{cases} j=1,2,\dots,p \\ k=1,2,\dots,m \end{cases}$$

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad \{j=1,2,\dots,p\}$$

注： $x_{ijk}$ 表示k子组第i个样本的第j个质量特性

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad \begin{cases} j=1,2,\dots,p \\ k=1,2,\dots,m \end{cases}$$

$$S_{jtk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ijk} - \bar{X}_{jk})(x_{ihtk} - \bar{X}_{htk}) \quad \begin{cases} j \neq h \\ k=1,2,\dots,m \end{cases}$$

$$\bar{S}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad \{j=1,2,\dots,p\}$$

$$\bar{S}_{jt} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jtk} \quad \{j=1,2,\dots,p\}$$

$$S \equiv \begin{bmatrix} \bar{S}_1^2 & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & \dots & \bar{S}_{1p} \\ \square & \bar{S}_2^2 & \bar{S}_{23} & \dots & \bar{S}_{2p} \\ \square & \square & \bar{S}_3^2 & & \bar{S}_{3p} \\ \square & \square & \square & \ddots & \vdots \\ \square & \square & \square & & \bar{S}_p^2 \end{bmatrix}$$

注： $S_{ijk}$ 表示子组第j个质量特性和第k个质量特性之间的协方差；

$S_{jk}$ 表示子组第j个质量特性之间的协方差；

S表示样本协方差矩阵的均值

T<sup>2</sup> 统计量服从第一自由度 p 和第二自由度 n-p 的 F 分布，给定显著水平为  $\alpha$ ，则 T<sup>2</sup> 图的上控制界限

$$UCL = \frac{p(n-1)}{n-p} F_{p,n-p,\alpha}$$

其中， $F_{p,n-p,\alpha}$  表示自由度为 p 和 n-p 的分布在  $\alpha$  分位点上的值。如果存在某个样本 T<sup>2</sup> 值大于上控制界限 UCL，则可判断该生产过程处于失控状态。

#### 1.3.2 MCUSUM 控制图

累积和控制图（MCUSUM 控制图）是计算目标值与统计量的差值，并进行累积的求和，对偏移进行放大来控制过程。假设样本被分为 m 个子组，定义第 i 子组的统计量：

$$T_i = [n(\bar{X}_i - \bar{X})' S^{-1} (\bar{X}_i - \bar{X})]^{1/2} \quad (1 \leq i \leq m)$$

截至第 i 个样本的累积和

$$S_i = \text{MAX}(0, S_{i-1} + T_i - K)$$

注：k 为参考值，k > 0

按照序贯检验原理<sup>[8]</sup>，当累积和  $S_i$  大于判定距时，给出失控信号。，取值可参考 Crosier<sup>[9]</sup> 给出的两组 ARL 曲线。

## 2 分析和讨论

### 2.1 正态性检验



A 牌号细支卷烟主成分一的正态性检验显示 P 值为 0.542>0.05，其他主成分 A-D 检验结果 P 值均大于 0.05。该组数据均通过了正态性检验。

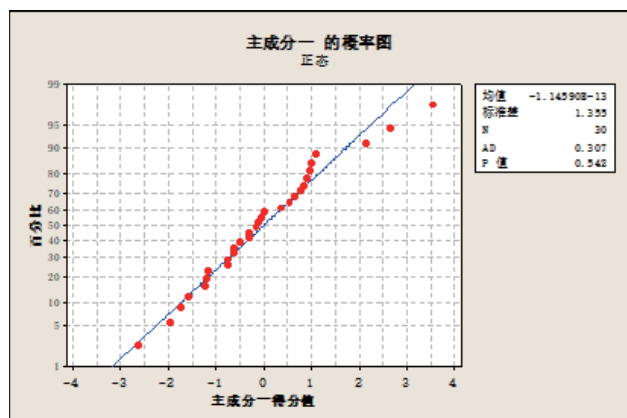


图 1 主成分一正态性检验结果

Fig 1 Normal test result of principal component 1

表 1 A-D 检验下其他主成分 P 值

Tab.1 P values of other principal component under A-D test

主成分	AD 值 (AD value)	P 值 (P value)
主成分一	0.307	0.542
主成分二	0.300	0.560
主成分三	0.478	0.219
主成分四	0.274	0.639
主成分五	0.212	0.841
主成分六	0.344	0.465

## 2.2 两种控制图比较结果

采用 Matlab 仿真平台，取显著性水平  $\alpha=0.005$ ，UCL 值保持不变，设置 4 个偏移量 ( $\delta=0.4\sigma、0.8\sigma、1.2\sigma、1.6\sigma$ )，共模拟 10000 次，得到不同偏移量下的 ARL 值。由表 2 可知，偏移量为 0 时，两种控制图的 ARL 相差很小，都非常接近 ARL0 值( )。ARL

值随偏移量增大而逐渐减小，偏移量较小的情况下，T2 控制图 ARL 值大于 MCUSUM 控制图，偏移量增大时差异有减小趋势。

表 2 各指标均值在不同偏移量下的 ARL 计算结果  
Tab.2 ARL results of each mean value under different offset

均值偏移量 (The mean deviation)	T <sup>2</sup> 控制图 (T <sup>2</sup> control chart)	MCUSUM 控制图 (MCUSUM control chart)
0	200.367	202.8298
质量 (Weight) /mg	0.4	141.4577
	0.8	60.6622
	1.2	24.0656
	1.6	9.71420
圆周 (Circumference) /mm	0.4	163.024
	0.8	95.0933
	1.2	48.4317
	1.6	23.6751
长度 (Length) /mm	0.4	167.8451
	0.8	99.7551
	1.2	53.4761
	1.6	26.2092

硬度 (Hardness) /%	0.4	164.4237	138.0115
	0.8	98.3844	56.1888
	1.2	49.7340	25.0688
	1.6	24.8588	13.8715
吸阻 (Draw resistance) /Pa	0.4	137.7389	102.8059
	0.8	61.3640	30.7364
	1.2	23.7765	13.1577
	1.6	9.5499	7.6279
总通风率 (Total ventilation rate) /%	0.4	134.0361	94.0771
	0.8	52.3084	26.5805
	1.2	19.0815	11.4537
	1.6	7.6158	6.7286
全部指标 (Total index)	0.4	70.9898	37.3140
	1.6	3.3684	4.4936
	2.8	1.0997	2.2055

### 2.3 多元控制图分析结果

#### 2.3.1 不同机台 A 牌号细支卷烟的对比

为对比分析不同机台细支卷烟加工质量的综合稳定性, 选取 20#、21# 卷烟机连续生产的 30 批 A 牌号细支卷烟作为研究对象, 随机抽样并测定其卷烟物理指标, 制作 MCUSUM 控制图。显著水平  $\alpha = 0.005$ , 按 1.3 节中的方法计算得到 MCUSUM 控制图的设计参数

$h=5.25$ ,  $k=2.45$ 。结果详见图 2、图 3, 20 号机台从第 9 个点开始超出控制限, 而 21 号机台从第 10 个点开始超出控制限, 21 号机台第 30 个子组的累积和 S 值小于 20 号机台, 表明 21 号卷烟机加工综合质量稳定性高于 20 号。

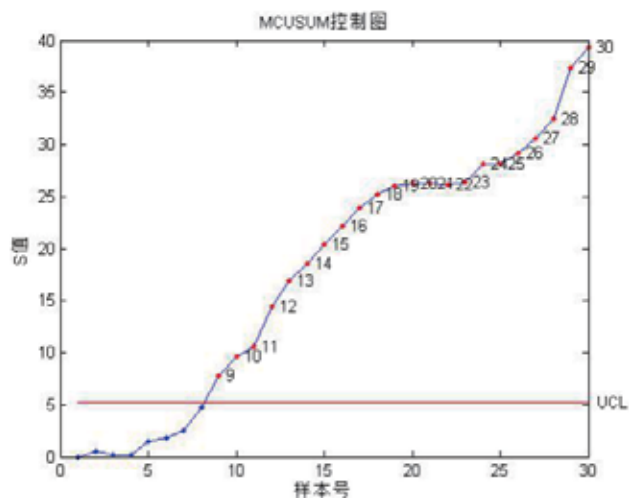


图 2 20 号卷烟机生产的 A 牌号细支卷烟的 MCUSUM 控制图  
Fig.2 MCUSUM control chart of slim cigarettes of brand A produced by cigarette maker 20.

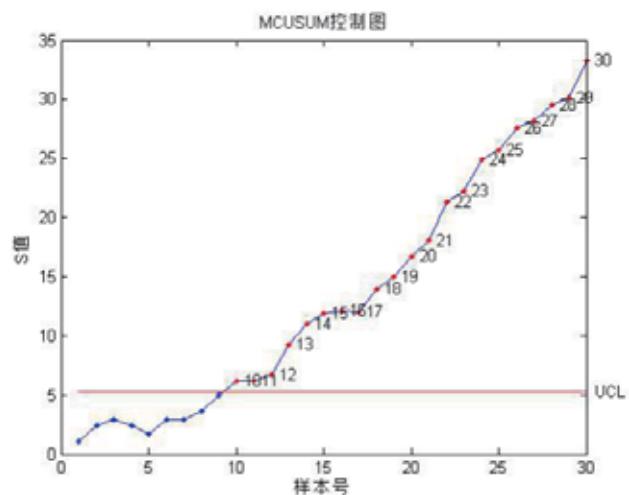


图 3 21 号卷烟机生产 A 牌号细支卷烟的 MCUSUM 控制图  
Fig.3 MCUSUM control chart of slim cigarettes of brand A produced by cigarette maker 21.



### 2.3.1 同机台 A、B 牌号细支卷烟的对比

为比对分析同一机台不同牌号细支卷烟加工质量的综合稳定性, 选取 21# 卷烟机连续生产的 30 批 A、B 两种细支卷烟作为研究对象, 随机取样并测定其物理指标, 制作 MCUSUM 控制图。对比图 3 和图 4 可知, 细支卷烟 B 从第 3 个点开始超出控制限, 超限点的个数多于 A, 并且第 30 个子组的累积和 S 值明显大于 A, 表明 B 的各项物理指标不同批次间的偏移程度显著大于 A, 21 号卷烟机生产的 B 牌号细支卷烟综合质量的稳定性低于 A 牌号。

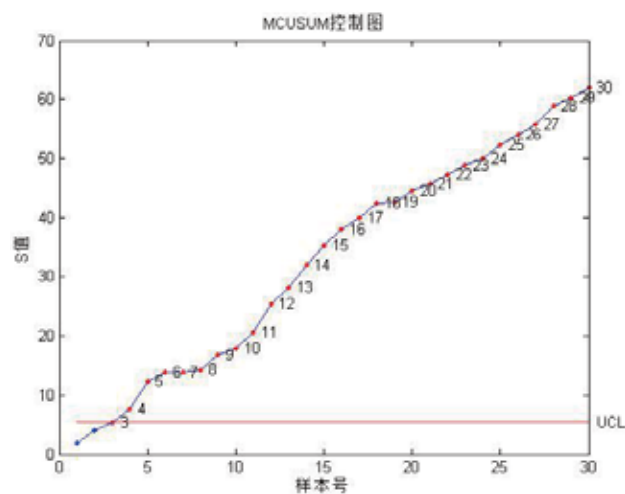


图 4 21 号卷烟机生产 B 牌号细支卷烟的 MCUSUM 控制图  
Fig.4 MCUSUM control chart of slim cigarettes of brand B produced by cigarette maker 21.

## 3 结论

通过比较两种多元控制图平均运行链长 (ARL), 建立了一种适用于细支卷烟多项物理指标综合稳定性的监控及评价方法。并应用该方法评价了不同机组、不同牌号细支卷烟生产过程的质量稳定性。■

## 参考文献

- [1] 王金棒, 洪广峰, 高健, 等. 细支卷烟研究综述 [J]. 中国烟草学报, 2018, 24(05): 91-101.
- [2] 王梅, 孙东亮. 不同价类卷烟的物理指标控制水平分析 [J]. 科技信息, 2012, (27): 495+503.
- [3] 韦东, 史小涛, 韩梅. 过程能力分析在卷烟支质量控制中的应用 [J]. 农产品加工, 2015, (01): 52-54+56.
- [4] 赖燕华, 陈翠玲, 欧阳璐斯, 等. 卷烟质量稳定性综合评价—基于多特征相似度分析和主成分分析 [J]. 中国烟草学报, 2017, 23(05): 22-30.
- [5] 林婉欣, 招美娟, 石晓江, 等. 细支卷烟的吸阻与物理指标相关性分析 [J]. 工程技术研究, 2017, (5): 115-116.
- [6] GB/T 5606.1-2004 卷烟 第 1 部分: 抽样 [S].
- [7] GB/T 22838-2009 卷烟和滤棒物理性能的测定 [S].
- [8] 陈家鼎. 序贯分析 [M]. 北京: 北京大学出版社, 1995.
- [9] Crosier R.B. Multivariate generalizations of cumulative sum quality-control schemes [J]. Technometrics, 1988: 291-303.

